Académie de Versailles

Année 2008-2009

Épreuve pratique de mathématiques en troisième

Sujet numéro 13

Triplets pythagoriciens (1)

On dit que trois nombres a , b , c entiers naturels non nuls forment un triplet pythagoricien s'ils vérifient la relation : $a^2 + b^2 = c^2$.

Par exemple (3,4,5) est un triplet pythagoricien.

1. A l'aide d'un tableur, rechercher des valeurs de l'entier b telles que $a^2 + b^2$ soit un carré parfait dans les trois cas suivants :

$$a = 5$$

$$a = 6$$

$$a = 7$$

Donner trois exemples de triplets pythagoriciens.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

2. On cherche d'autres triplets pythagoriciens.

a. À l'aide d'un tableur, organiser le calcul de $(m^2 + 1)^2 - (m^2 - 1)^2$ pour tous les nombres entiers m compris entre 1 et 10.

b. Faire une conjecture concernant la différence $(m^2 + 1)^2 - (m^2 - 1)^2$.

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

3. a. Développer les expressions $(m^2 + 1)^2$ et $(m^2 - 1)^2$.

b. En déduire que pour tout m entier supérieur ou égal à 2 : $(m^2 - 1, 2m, m^2 + 1)$ est un triplet pythagoricien.