

Académie de Versailles

Année 2008-2009

## Épreuve pratique de mathématiques en troisième

Sujet numéro 9

**Nombres associés**

On dit que deux entiers strictement positifs  $a$  et  $b$  sont « associés » lorsque le nombre  $(ab+1)$  est un carré parfait.

Exemple :  $3 \times 8 + 1 = 25 = 5^2$  donc on peut dire que 3 et 8 sont associés.

On cherche à savoir si pour tout couple  $(a, b)$  de nombres associés il existe un nombre  $c$  associé commun à  $a$  et à  $b$ . Autrement dit, on cherche à savoir si pour tout couple  $(a, b)$  de nombres associés il existe un nombre entier strictement positif  $c$  tel que  $ac+1$  et  $bc+1$  soient des carrés parfaits.

1. **a.** À l'aide d'un tableur, chercher tous les couples de nombres associés compris entre 1 et 10.  
**b.** Parmi les nombres associés trouvés à la question précédente trouver un nombre associé commun à deux autres nombres associés.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

2. Soit  $a$  et  $b$  deux nombres associés. On note  $r$  le nombre entier positif tel que  $ab+1=r^2$ .

- a.** Choisir trois exemples de couples  $(a, b)$  de nombres associés et vérifier que le nombre  $a+b+2r$  est associé commun à  $a$  et à  $b$ . Faire une conjecture.

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture et une aide éventuelle

- b.** En transformant les expressions  $a(a+b+2r)+1$  et  $b(a+b+2r)+1$  de manière à faire apparaître une identité remarquable, montrer que le nombre  $(a+b+2r)$  est un associé commun à  $a$  et à  $b$ .