



Égalité d'aires

Énoncé

On considère un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 8$ et $AD = 10$. Pour tout point M du segment $[AB]$, on considère le point J du segment $[AD]$ et le point I tels que $AMIJ$ soit un carré.

On appelle H le point d'intersection des droites (IJ) et (BC) et K le point d'intersection des droites (MI) et (CD) .

Le but de l'exercice est de chercher les positions du point M pour lesquelles la somme des aires des quadrilatères $AMIJ$ et $CKIH$ soit égale à la moitié de l'aire du rectangle $ABCD$.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, faire une figure.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

2. Faire afficher les distances AM , IH et IK ainsi que les aires des quadrilatères $AMIJ$ et $CKIH$.

Faire varier le point M sur le segment $[AB]$ et faire une conjecture sur les positions du point M qui semblent convenir au problème.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure et de la conjecture.

3. On note x la longueur du segment $[AM]$.

- (a) Exprimer en fonction de x l'aire du carré $AMIJ$.
- (b) Quelle est la nature du quadrilatère $CKIH$. Exprimer son aire en fonction de x .
- (c) Traduire le problème par une équation d'inconnue x .

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

- (d) Montrer que cette équation s'écrit $(x - 4)(x - 5) = 0$ et vérifier la conjecture faite au 2.

Production demandée

- Construction d'une figure dynamique permettant de réaliser une conjecture sur la position du point M .
- Mise en équation du problème.
- Résolution de l'équation de l'équation en 3 (d)

D'après une épreuve pratique de l'académie de Versailles.