

Séquence 11 : CONES, PYRAMIDES ET VOLUMES DE SOLIDES

Objectifs :

- Identifier une base d'un solide et une hauteur relative à cette base
- Calculer le Volume d'un prisme droit
- Calculer le volume d'une pyramide
- Calculer le volume d'un cône

Faire marquer le **devoir Maison** dans le cahier de textes. Il est à rendre pour le Lundi 20 Mars 2017. **Objectif** : Calculer des volumes de solides

Activité 1: Réflexion.

Construire un cube à partir de 3 pyramides (activité 2 page 345)

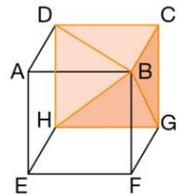
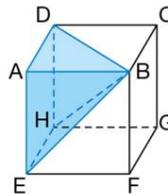
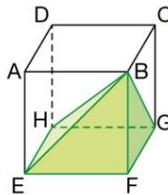
2

Activité

Volume d'une pyramide

Un cube transparent de côté 6 cm a été partagé en trois pyramides (verte, bleue, orange) dont la base est une face du cube et dont la hauteur est une arête du cube.

a. Pour chaque figure, indiquer la base et le sommet de la pyramide représentée. Vérifier que les faces de ces trois pyramides sont deux à deux superposables.



b. Calculer le volume du cube et en déduire le volume de chaque pyramide.

c. Indiquer l'aire de la base et la hauteur de chaque pyramide. Proposer une formule qui permet d'obtenir le volume d'une pyramide à partir de sa hauteur et de l'aire de sa base.

<https://www.youtube.com/watch?v=CVuoV6WiS5c&feature=youtu.be>

Construire un cube à partir de 3 pyramides (activité 3 page 345)

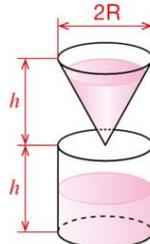
3

Activité

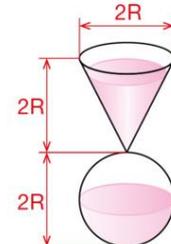
Volume d'un cône, d'une boule TICE

On étudie deux situations où l'on remplit un cylindre et une boule à l'aide d'un cône.

a. Télécharger sur le site compagnon l'animation « Cône ». L'utiliser pour exprimer le volume du cône en fonction du volume de ce cylindre.



b. Télécharger sur le site compagnon l'animation « Boule ». L'utiliser pour exprimer le volume de la boule en fonction du volume de ce cône.

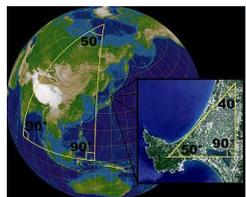
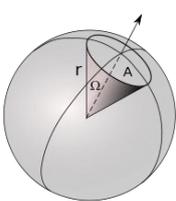


Pour aller plus loin : Un angle solide est une région de l'espace limité par un cône non nécessairement circulaire. Le sommet du cône est le sommet de l'angle solide.

Dans l'illustration ci-contre le solide représenté par l'intersection du cône et de la sphère n'est pas un cône car sa base n'est pas un disque mais une calotte sphérique.

Nous verrons en 3eme comment calculer le volume d'une calotte.

Je retiens : Les propriétés de géométrie euclidiennes ne sont pas toujours valables en géométrie sphérique. Par exemple la somme des angles d'un triangle n'est pas égale à 180° en géométrie sphérique.



Activité 2: Problématique.

Séance 2

Dans chaque îlot chacun concevra une pyramide.

On considère un cube ABCDSTUV d'arête 5 cm.

Partie A : Représentation du cube.

- 1°) Faire une représentation en perspective de ce cube sachant que les segments [AS], [BT], [CU] et [DV] sont des arêtes verticales.
- 2°) Nommer les arêtes perpendiculaires à la face ABCD.
- 3°) Quelle est la nature des triangles SAB et SAD ? Justifier.
- 4°) Quelle est la nature des triangles SDC et SBC ?

Partie B : Construction de pyramides

On considère la pyramide SABCD.

- 1°) Quelle est sa hauteur ?
- 2°) Dessiner en vraie grandeur la base ABCD.
- 3°) Dessiner en vraie grandeur la face SAB.
- 4°) En utilisant des reports de longueur, construire en vraie grandeur le patron de la pyramide SABCD.

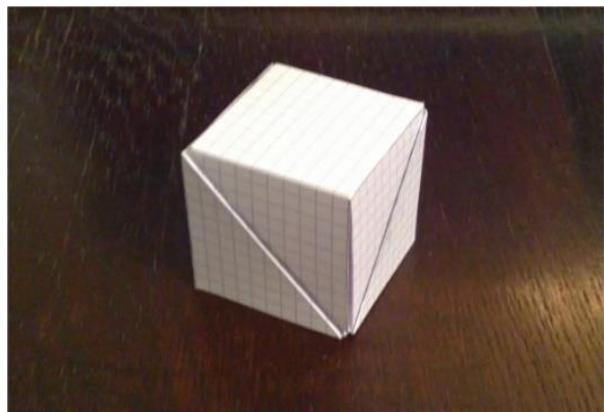
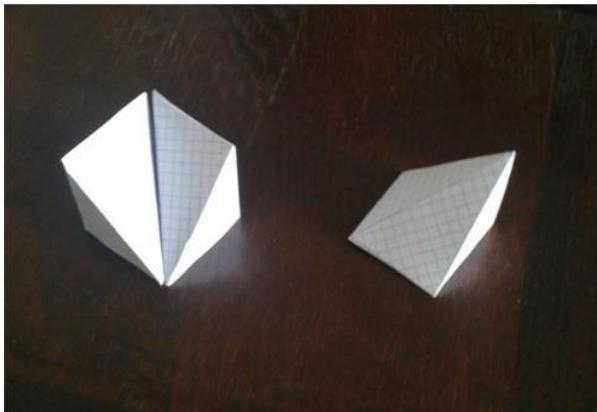
Ajouter les languettes de fixation et reconstituer la pyramide

Partie C : Assemblage de 3 pyramides et déduction de la formule du Volume

- 1°) Prendre 3 des pyramides réalisées à l'activité 2, les agencer judicieusement pour obtenir un cube.
- 2°) Calculer le volume de ce cube.
- 3°) En déduire le volume d'une des pyramides.

RÉSUMÉ :

Le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur. $V = \frac{1}{3} B \times h$



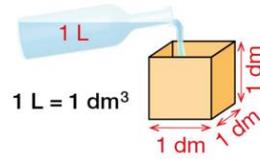
Activité 3: Vocabulaire, définitions, Propriétés.

Séance 3

1 Unités de volume et de contenance

Chaque unité de volume est **1 000 fois plus grande** que celle de rang immédiatement inférieur.
 Chaque unité de contenance est **10 fois plus grande** que celle de rang immédiatement inférieur.

Volume		1 m ³		1 dm ³		1 cm ³		1 mm ³
Contenance			1 hL	1 daL	1 L	1 dL	1 cL	1 mL



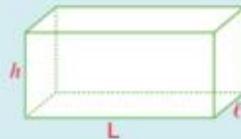
- 1 m³ = **1 000** dm³
- 1 dm³ = **1 000** cm³
- 1 cm³ = **1 000** mm³
- 1 hL = **10** daL
- 1 daL = **10** L
- 1 L = **10** dL

Complétez les formules.

2 Volume : formulaire

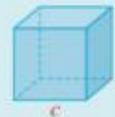
Volume d'un parallélépipède rectangle

$\mathcal{V} =$



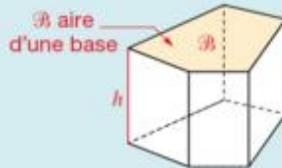
Volume d'un cube de côté c

$\mathcal{V} =$
ou $\mathcal{V} =$



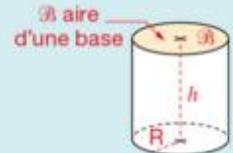
Volume d'un prisme droit de base d'aire \mathcal{B} et de hauteur h

$\mathcal{V} =$



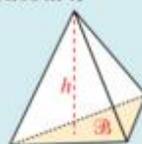
Volume d'un cylindre de révolution de base d'aire \mathcal{B} et de hauteur h

$\mathcal{V} =$
ou, avec R rayon d'une base :
 $\mathcal{V} =$



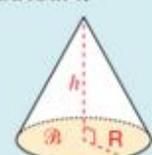
Volume d'une pyramide de base d'aire \mathcal{B} et de hauteur h

$\mathcal{V} =$



Volume d'un cône de révolution de base d'aire \mathcal{B} et de hauteur h

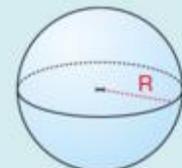
$\mathcal{V} =$
ou, avec R rayon de la base :
 $\mathcal{V} =$



Remarque. Toutes les longueurs intervenant dans une formule de volume doivent être exprimées dans la **même unité de longueur**.

Volume d'une boule de rayon R

$\mathcal{V} =$



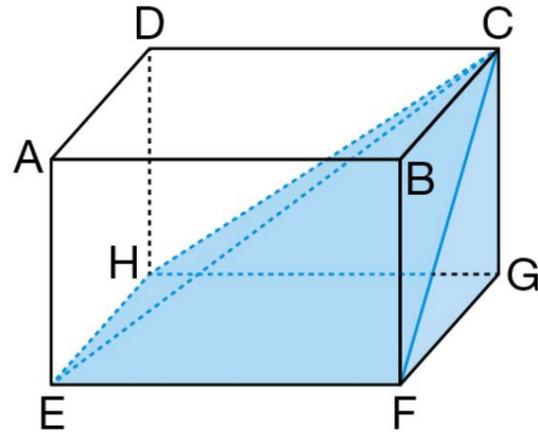
- **Remarque** : Pour déterminer un volume on est toujours amenés à effectuer le produit d'une Aire par une longueur.

Activité 4: Applications. (A.A)

Application 1 : Identifier une base d'un solide et une hauteur relative à cette base (24p383)

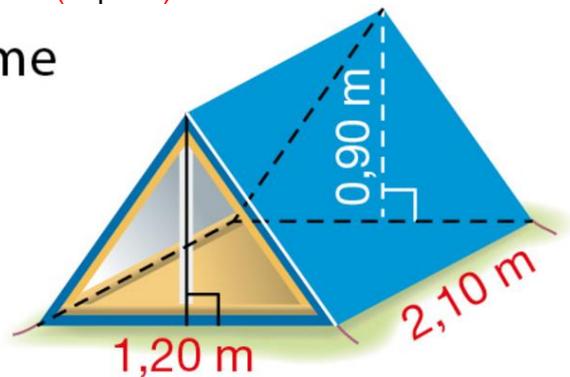
Séance 4

24 C E F G H est une pyramide contenue dans un parallélépipède rectangle.
a. Citer ses faces latérales.
b. Quelle est la hauteur de cette pyramide ?



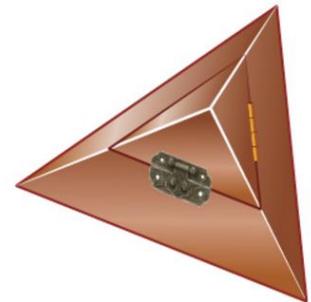
Application 2 : Calculer le Volume d'un prisme droit (31p349)

31 Cette tente a la forme d'un prisme droit.
a. Calculer son volume.
b. Donner sa contenance en litres.



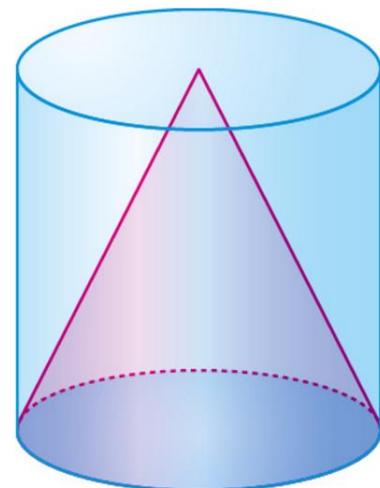
Application 3 : Calculer le volume d'une pyramide (45p350)

45 Une petite boîte en forme de pyramide a un volume de 90 cm^3 et une hauteur de $7,5 \text{ cm}$. Calculer l'aire de sa base.



Application 4 : Calculer le volume d'un cône (52p351)

52 Un cône, contenu dans un cylindre de révolution a pour sommet le centre de l'une des deux bases du cylindre. Le volume du cylindre est 114 cm^3 . Samuel affirme : « Pour calculer le volume du cône, j'ai divisé 114 par 3. » Expliquer son raisonnement.



Activité 5: Geogebra

Objectif : Construire des solides et afficher leur volume

Séance 5

71 Construire un prisme droit et une pyramide

On se propose de construire, avec le logiciel GeoGebra, un prisme droit dont la base est un pentagone régulier de côté 2 cm et qui a pour hauteur 5 cm, puis une pyramide de même hauteur et de même base.

a. Créer un segment [AB] de longueur 2 cm (utiliser  Segment de longueur donnée).

Créer un pentagone régulier ABCDEF (utiliser  Polygone régulier , puis entrer 5 dans la boîte de dialogue).

b. Dans « Affichage », cliquer sur  Graphique 3D .

Si le pentagone n'est pas entièrement visible, on peut le déplacer.

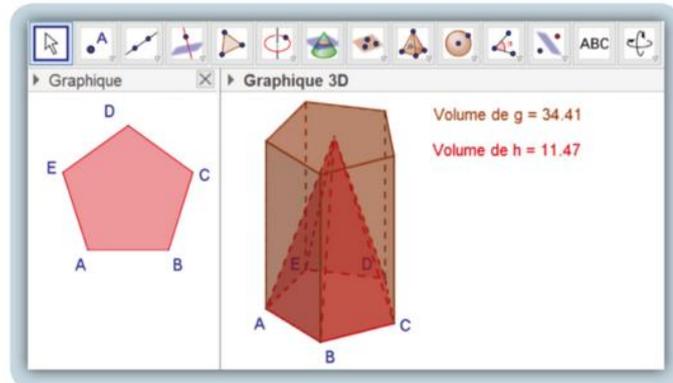
c. Cliquer sur  Graphique 3D et ne pas afficher les axes, ne pas afficher la grille, cacher le plan xOy .

Cliquer sur  et pousser le curseur au maximum.

d. Cliquer sur  Extrusion Prisme/Cylindre (cliquer d'abord sur le pentagone et saisir 5 dans la boîte de dialogue demandant la hauteur). Le logiciel note g ce prisme droit.

e. Afficher le volume de g (utiliser  Volume).

f. Cliquer sur  Extrusion Pyramide/Cône et créer la pyramide de base ABCD et de hauteur 5. Le logiciel la note h. Afficher son volume.



72 Construire un cône et un cylindre de révolution

On se propose de construire, avec le logiciel GeoGebra, un cylindre de rayon de base 2 cm et de hauteur 5 cm, puis un cône de même base et de même hauteur.

a. Créer un cercle de centre O et de rayon 2 cm (utiliser  Cercle (centre-rayon)).

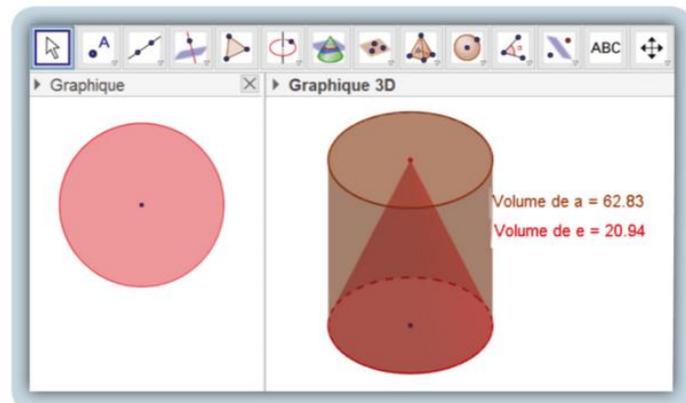
b. Reprendre les questions **b** et **c** de l'exercice 71.

c. Cliquer sur  Extrusion Prisme/Cylindre (cliquer d'abord sur le cercle et saisir 5 dans la boîte de dialogue demandant la hauteur). Le logiciel note a ce cylindre.

d. Afficher le volume de a.

e. Cliquer sur  Extrusion Pyramide/Cône et créer le cône de même base et de hauteur 5. Le logiciel le note e. Afficher son volume.

f. Retrouver les volumes de ces deux solides par le calcul.



Compléter vos traces écrites.

Pour la conclusion la question que vous pouvez vous poser c'est « quelle formule utilise le logiciel pour déterminer les volumes de ces solides ? »

Bonus : Pour ceux qui ont fini avant la fin de l'heure, écrire un script dans scratch qui permette de calculer le volume d'une pyramide et celui d'un cône quand on saisit leurs dimensions.