

Correction du DM n° 03/11/203n6

Exercice 1: Calcul littéral

Partie A:

1. l'affirmation 1 : $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3+1}{5+2}$ est **fausse** parce que pour additionner deux fractions de dénominateurs différents il faut d'abord les mettre au même dénominateur.
2. Considérons la fonction $f: x \mapsto 5-3x$
l'affirmation 2: l'image de -1 par f est -2 est **fausse** car
 $f(-1) = 5-3(-1) = 5+3 = 8$ donc l'image de -1 par f est 8.
3. l'affirmation 3 est **vraie** car on reconnaît une identité remarquable de la forme $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $a = 2x+1$ et $b = 2$
donc $(2x+1)^2 - 2^2 = (2x+1+2)(2x+1-2) = (2x+3)(2x-1)$

Partie B:

- 1.) calculons $5x^2 - 3(2x+1)$ pour $x=4$
 $5 \times 4^2 - 3(2 \times 4 + 1) = 5 \times 16 - 3 \times 9 = 80 - 27 = \boxed{53}$
- 2.) Développons $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 3 \times 2x - 3 \times 1$
 $= \boxed{5x^2 - 6x - 3}$
- 3.) On vient de montrer que $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 6x - 3$
donc pour trouver la valeur de x pour laquelle
 $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 4x + 1$ cela revient à résoudre
 $5x^2 - 6x - 3 = 5x^2 - 4x + 1$
or deux quantités A et B sont égales sssi $A - B = 0$
Donc on cherche x / $5x^2 - 6x - 3 - (5x^2 - 4x + 1) = 0$ } d'où $-2x - 4 = 0$
ce qui fait $5x^2 - 6x - 3 - 5x^2 + 4x - 1 = 0$ } $\Rightarrow 2x = -4$
on regroupe les monômes } $\Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-4}{2}$
de même degré } $\Rightarrow \boxed{x = -2}$

Exercice 2 : Programme de calcul

1.) a.) le programme A peut être modélisé par l'expression suivante : $4x + (x-2)^2$
donc si l'on choisit 5 on obtient

$$\begin{array}{c} x \\ / \quad \backslash \\ 4x \quad x-2 \\ \quad \quad | \\ \quad \quad (x-2)^2 \\ \quad \quad / \quad \backslash \\ 4x + (x-2)^2 \end{array}$$

29

$$\begin{array}{c} 5 \\ / \quad \backslash \\ 4 \times 5 = 20 \quad 5 - 2 = 3 \\ \quad \quad \quad | \\ \quad \quad \quad 3^2 = 9 \\ \quad \quad \quad / \quad \backslash \\ 20 + 9 = 29 \end{array}$$

b.) pour le programme B il peut être modélisé par l'expression $x^2 + 6$
on obtient donc si l'on choisit 5 on obtient

$$\begin{array}{c} x \\ | \\ x^2 \\ | \\ x^2 + 6 \end{array}$$

31

$$\begin{array}{c} 5 \\ | \\ 5^2 = 25 \\ | \\ 25 + 6 = 31 \end{array}$$

2.) Développons l'expression que nous avons trouvée pour A.

$$4x + (x-2)^2 = 4x + x^2 - 4x + 4 \text{ car je reconnais une identité remarquable}$$

$$\text{de la forme } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ avec } a=x \text{ et } b=2$$

$$\text{donc } (x-2)^2 = x^2 - 2 \times 2x + 2^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$\text{Ainsi } 4x + (x-2)^2 = 4x - 4x + x^2 + 4 = x^2 + 4$$

3.) Comme nous l'avons vu, le programme B renvoie $x^2 + 6$ si on choisit x en entrée

4.) a.) l'affirmation est vraie car $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6 = \frac{4}{9} + 6 = \frac{4}{9} + \frac{6 \times 9}{1 \times 9} = \frac{4}{9} + \frac{54}{9} = \frac{4+54}{9} = \frac{58}{9}$

b.) l'affirmation est fausse si on prend 2 en entrée on obtient $(2)^2 + 6 = 4 + 6 = 10$
or 10 est pair (pour obtenir un nombre impair il faut rajouter un nombre impair à 6)
or tous les carrés de nombres ne sont pas forcément impairs

c.) l'affirmation est vraie 6 est un nombre positif, x^2 est toujours positif et la somme de deux nombres positifs est toujours positive donc $x^2 + 6$ est toujours positif

d.) si A et B ont la même parité ça veut dire que leur différence B - A est paire
 $B - A = x^2 + 6 - (x^2 + 4) = x^2 - x^2 + 6 - 4 = 2$ donc leur différence est bien paire
donc l'affirmation est vraie si on prend le même nombre en entrée A et B ont la même parité

Exercice 3: Notion de fonction

- 1.) $f(x) = -2x + 8$ est une fonction affine donc sa représentation graphique sera une droite. Donc la courbe associée est C_2
on vérifie que $f(0) = 8$ en effet $-2 \times 0 + 8 = 8$
et que $f(4) = 0$ en effet $-2 \times 4 + 8 = -8 + 8 = 0$
- 2.) $f(3) = -2 \times 3 + 8 = -6 + 8 = 2$ le point de la courbe qui a pour abscisse 3 a pour ordonnée 2.
- 3.) pour trouver le nombre qui a pour image 6
on résout $6 = -2x + 8 \Rightarrow -2x = 6 - 8$
donc $-2x = -2$ d'où $x = 1$ l'antécédent de 6 est 1
comme on dit calculer vous ne pouvez pas justifier par le dessin graphique
- 4.) La formule saisie dans la cellule B2 avant de l'entier vers la droite jusqu'à la cellule G2 est $" = -2 * B1 + 8 "$

Exercice 4 : Triangles semblables

- 1.) EFGH est un agrandissement de ABCD donc les triangles ADC et EHG sont semblables, ce qui veut dire que leurs côtés sont proportionnels.
d'où la double égalité $\frac{EH}{AD} = \frac{HG}{DC} = \frac{EG}{AC} = \frac{1}{0,8} = \frac{5}{4} = 1,25$
donc le coefficient d'agrandissement est 1,25.
- 2.) $GH = 1,25 \times DC = 1,25 \times 60 = 75 \text{ cm}$
 $EF = 1,25 \times AB$ or $AB = AD = 35 \text{ cm}$ donc $EF = 1,25 \times 35$
soit $EF = 43,75 \text{ cm}$
- 3.) si on multiplie les longueurs par 1,25 cela veut dire que l'aire est multipliée par $1,25^2 = 1,5625$
Donc l'Aire EFGH = Aire ABCD $\times 1,25^2 = 1950 \times 1,5625$
 $\approx 3046,875 \text{ cm}^2$
arrondi à l'unité $\approx 3047 \text{ cm}^2$

Partie 4 : Algorithmique

1.) aller à $x: -180$ $y: -120$

2.) la distance minimale par course est $27 \times 30 \text{ unités} = 810 \text{ unités}$

3.) Le lutin va avancer de 30 pixels vers le haut
puis il va avancer de 30 pixels vers la droite
et course et touche un mur
le lutin va dire "Perdu" pendant 2 secondes
puis aller à la position de départ $(-180; -120)$
et attendre qu'on appuie de nouveau sur une touche